BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

MAINTENANCE DES SYSTÈMES

- Option A : systèmes de production
- Option B : systèmes énergétiques et fluidiques
- Option C : systèmes éoliens
- Option D : systèmes ascenseurs et élévateurs

RÉFÉRENTIEL

DE

MATHÉMATIQUES

BLOC DE COMPÉCENCES N° 8 – MATHÉMATIQUES (U31)

- S’informer : savoir utiliser une documentation
- Chercher : identifier des données et élaborer des stratégies
- Modéliser : représenter des objets du monde réel en utilisant le langage mathématique
- Raisonner, argumenter
- Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie : mener efficacement un calcul simple, manipuler des expressions symboliques et pouvoir s’appuyer sur les outils numériques
- Communiquer

Compétences et connaissances associées relevant des enseignements mathématiques

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs se réfère aux dispositions figurant aux annexes I et II de l'arrêté du 4 juin 2013 fixant les objectifs, les contenus de l'enseignement et le référentiel des capacités du domaine des mathématiques pour les brevets de technicien supérieur.
Les dispositions de cet arrêté sont précisées pour ce BTS de la façon suivante.

1. **Lignes directrices**

Objectifs spécifiques à la section
L'étude de phénomènes continus issus des sciences physiques et de la technologie constitue un des objectifs essentiels de la formation des techniciens supérieurs en productique mécanique. Ils sont décrits mathématiquement par des fonctions obtenues le plus souvent comme solutions d'équations différentielles.
Une *vision géométrique* des problèmes doit imprégner l'ensemble de l'enseignement car les méthodes de la géométrie jouent un rôle capital en analyse et dans leurs domaines d'intervention : apports du langage géométrique et des modes de représentation.
Enfin la *connaissance de quelques méthodes statistiques* pour contrôler la qualité d'une fabrication est indispensable dans cette formation.

Organisation des contenus
C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il peut s'organiser autour de *cinq pôles* :

– une étude des *fonctions usuelles*, c'est-à-dire exponentielles, puissances et logarithme dont la maîtrise est nécessaire à ce niveau ;

– la résolution d'*équations différentielles* dont on a voulu marquer l'importance, en relation avec les problèmes d'évolution ;

– la résolution de *problèmes géométriques* rencontrés dans les divers enseignements, y compris en conception assistée par ordinateur ;

– une initiation au *calcul des probabilités*, suivie de notions de *statistique inférentielle* débouchant sur la construction des tests statistiques les plus simples utilisés en contrôle de qualité ;

– une valorisation des *aspects numériques et graphiques* pour l'ensemble du programme, une initiation à quelques méthodes élémentaires de *l'analyse numérique* et l'utilisation à cet effet des *moyens informatiques* appropriés : calculatrice programmable à écran graphique, ordinateur muni d'un tableur, de logiciels de calcul formel, de géométrie ou d'application (modélisation, simulation…).

Organisation des études

En première et en deuxième année, l'horaire hebdomadaire est de 2 heures en classe entière (dont une demi- heure en co-enseignement) + 1 heure de travaux dirigés.

2. **Programme**

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Fonctions d'une variable réelle, à l'exception des paragraphes « *Approximation locale d'une fonction* » et « *Courbes paramétrées* ».

Calcul intégral, à l'exception du paragraphe « *Formule d'intégration par parties* ».

Équations différentielles.

Statistique descriptive.

Probabilités 1.

Probabilités 2, à l'exception du paragraphe « *Exemples de processus aléatoires* ».

Statistique inférentielle.

Configurations géométriques.

Calcul vectoriel.

3. **Programme complémentaire**

Le programme complémentaire ne fait pas l'objet d'une évaluation et peut être enseigné durant les heures d'accompagnement personnalisé de deuxième année. Cet apport est un approfondissement qui peut être utile aux étudiants souhaitant des compléments spécifiques de modélisation géométrique et de calcul matriciel.

Modélisation géométrique.

Calcul matriciel.

MODULE : **FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE**

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de ℝ, qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Fonctions de référence Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.	Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.	En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles. En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes : - la fonction logarithme décimal ; - des cas particuliers de fonctions puissances $t \mapsto t^{\alpha}$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ ou exponentielles de base *a* avec *a* $\in]0\ ; +\infty[$.
Dérivation Dérivée des fonctions de référence. Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient. Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel	Calculer la dérivée d'une fonction : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines. Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En parti-

non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.	Étudier les variations d'une fonction simple.	culier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.
	Exploiter le tableau de variation d'une fonction f pour obtenir : - un éventuel extremum de f ; - le signe de f ; - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$. Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.	Les solutions d'une équation du type $f(x) = k$ sont déterminées : - explicitement dans les cas simples ; - de façon approchée sinon. On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.
Limites de fonctions Asymptotes parallèles aux axes : - limite finie d'une fonction à l'infini ; - limite infinie d'une fonction en un point. Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique. Limites et opérations.	Interpréter une représentation graphique en termes de limite. Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. Déterminer la limite d'une fonction simple. Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$.	La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre. On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.

MODULE : **CALCUL INTÉGRAL**

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de $\mathbb{R}$. La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.
L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Primitives Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques. Complément : primitive de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels.	Déterminer des primitives d'une fonction : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. Déterminer les primitives d'une fonction de la forme $u'u^n$ (n entier relatif, différent de – 1), $\frac{u'}{u}$ et $u'e^u$.	Pour les primitives de $\frac{u'}{u}$, on se limite au cas où *u* est strictement positive.
Intégration Calcul intégral : $\int_a^b f(x)dx$ = F(b) – F(a) où F est une primitive de f. Propriétés de l'intégrale : Relation de Chasles, linéarité et positivité. Calcul d'aires.	Déterminer une intégrale : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. Déterminer l'aire du domaine défini par : {$M(x, y)$, *a* ≤ x ≤ *b* et $f(x) \le y \le g(x)$ } où f et g sont deux fonctions telles que pour tout réel x de [*a* ; *b*], $f(x) \le g(x)$.	On étudie le cas où f (resp. g) est la fonction nulle. On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).

Valeur moyenne d’une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.	Déterminer et interpréter la valeur moyenne d’une fonction sur un intervalle.	Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles. ⇆ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d’inertie, moment d’inertie.

MODULE : **ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES**

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.

L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :

– de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;

– de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;

– de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.

Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

On introduit les nombres complexes et les résolutions d'équations du second degré à coefficients réels pour disposer de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
		En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle.
Équations linéaires du premier ordre Équation différentielle $ay'+by = c(t)$ où a, b sont des constantes réelles et c une fonction continue à valeurs réelles.	Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.	On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.
	Résoudre une équation différentielle du premier ordre : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.
	Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimi-

		que, mais ce n'est pas un attendu du programme.
Nombres complexes Forme algébrique d'un nombre complexe : somme, produit, conjugué. Équation du second degré à coefficients réels.	 Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.	On se limite à l'écriture algébrique des nombres complexes.
Équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants Équation différentielle $ay'' + by' + cy = d(t)$ où a, b et c sont des constantes réelles et d une fonction continue à valeurs réelles.	Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle. Résoudre une équation différentielle du second ordre : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. Déterminer la solution vérifiant des conditions initiales données : - à la main dans les cas simples ; - à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.	La fonction d est une fonction polynôme ou du type : $t \mapsto e^{\alpha t}$; $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$; $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$. Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données. ⇆ Résistance des matériaux, circuit électronique.

MODULE : **STATISTIQUE DESCRIPTIVE**

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attache, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier cet enseignement à celui de l'économie et de la gestion.

L'objectif est de faire réfléchir sur des données réelles, variées et en grand nombre, issues par exemple des disciplines professionnelles ou de fichiers mis à disposition sur des sites institutionnels, de synthétiser l'information et de proposer des résumés numériques ou graphiques pertinents. L'utilisation de logiciels, notamment d'un tableur, et des calculatrices est nécessaire.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Série statistique à une variable	Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour résumer et représenter des séries statistiques à une variable. Interpréter les résultats obtenus pour une série statistique ou pour comparer deux séries statistiques. Choisir des résumés numériques ou graphiques adaptés à une problématique.	Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée : – méthodes de représentation ; – caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; – caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type). Aucun cours spécifique n'est donc attendu. L'utilisation des outils logiciels permet de faire réfléchir les étudiants à la pertinence de regroupements par classes lors du traitement statistique.
Série statistique à deux variables Nuage points ; point moyen. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.	Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour représenter une série statistique à deux variables et en déterminer un ajustement affine selon la méthode des moindres carrés. Réaliser un ajustement se ramenant, par un changement de variable simple donné, à un ajustement affine.	Pour l'ajustement affine, on distingue liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet. Pour la méthode des moindres carrés, on observe, à l'aide d'un logiciel, le caractère minimal de la somme des carrés des écarts. On fait observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, sui-

	Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler.	vant l'utilisation de l'ajustement, à privilégier l'une des deux droites.
Coefficient de corrélation linéaire		On utilise le coefficient de corrélation linéaire, obtenu à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice, pour comparer la qualité de deux ajustements. ⇆ Contrôle qualité, mesures physiques sur un système réel, droite de Henry, étude économique ou mercatique.

MODULE : **PROBABILITÉS 1**

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.	Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités. Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve. La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.
Indépendance de deux évènements.	Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements.	⇆ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.
Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.	Simuler un schéma de Bernoulli. Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. Calculer une probabilité dans le	Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire. On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale.

	cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.	La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.
Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.	Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.	Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.
Exemples de lois à densité Loi uniforme sur [a, b]. Espérance, variance et écart type de la loi uniforme. Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma\}$, $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma\}$ et	Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète. Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi

	$\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma\}$, lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.	normale centrée réduite n'est pas une nécessité. On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur [0, 1]. ⇆ Maîtrise statistique des processus.
Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.	Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée.	Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles. Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.
Espérance et variance des lois de $aX + b$, $X + Y$, $X – Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. Théorème de la limite centrée.	Savoir déterminer les paramètres des lois de $aX + b$, $X + Y$ et $X – Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée.	Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis. Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de *n* variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.

MODULE : **PROBABILITÉS 2**

On approfondit dans ce module la connaissance des lois de probabilités en étudiant la loi exponentielle et la loi de Poisson, dans le contexte de processus aléatoires à temps continu. Une initiation aux processus aléatoires discrets permet d'élargir le champ d'étude des phénomènes aléatoires. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent de nombreuses situations, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, notamment pour la simulation et la mise en œuvre d'algorithmes.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi exponentielle	Exploiter une simulation dans le cadre de la loi exponentielle. Représenter graphiquement la loi exponentielle. Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle.	On peut simuler la loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur [0, 1].
Espérance, variance et écart type de la loi exponentielle.	Interpréter l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.	⇆ Fiabilité, désintégration nucléaire.
Loi de Poisson	Représenter graphiquement la loi de Poisson. Calculer une probabilité dans le cadre de la loi de Poisson à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.	La loi de Poisson est introduite comme correspondant au nombre de réalisations observées, durant un intervalle de temps de longueur donnée, lorsque le temps d'attente entre deux réalisations est fourni par une loi exponentielle. La connaissance d'une expression explicite de la loi de Poisson n'est pas attendue.
Espérance, variance et écart type de la loi de Poisson.	Interpréter l'espérance et l'écart type dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.	
Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.	Déterminer le paramètre de la loi de Poisson approximant une loi binomiale donnée.	Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson ne sont pas exigibles. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. ⇆ Fiabilité, gestion de stocks ou de réseaux.

MODULE : **STATISTIQUE INFÉRENTIELLE**

La statistique inférentielle permet de développer les compétences des étudiants sur les méthodes et les raisonnements statistiques permettant d'induire, à partir de faits observés sur un échantillon, des propriétés de la population dont il est issu.
Il s'agit d'approfondir, à partir d'exemples, ce que sont les procédures de décision en univers aléatoire, ainsi que leur pertinence, dans la continuité des programmes de lycée. La validité d'une méthode statistique est liée à l'adéquation entre la réalité et le modèle la représentant ; aussi les situations artificielles sont à éviter et les exemples issus de la vie économique et sociale ou du domaine professionnel sont à privilégier, en liaison avec les enseignements d'autres disciplines.
Dans la continuité des programmes de lycée, on approfondit la prise de décision en formalisant la notion de test d'hypothèse et en se centrant sur la notion de risques d'erreur.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Estimation ponctuelle Estimation ponctuelle d'un paramètre.	Estimer ponctuellement une proportion, une moyenne ou un écart type d'une population à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel, à partir d'un échantillon.	La simulation d'échantillons permet de sensibiliser au choix de l'estimation de l'écart type de la population.
Tests d'hypothèse Tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à : - une proportion dans le cas d'une loi binomiale puis dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ; - une moyenne.	Déterminer la région de rejet de l'hypothèse nulle et énoncer la règle de décision.	On souligne le fait que la décision prise, rejet ou non, dépend des choix faits a priori par l'utilisateur : choix de l'hypothèse nulle, du type de test et du seuil de signification. Ces choix sont fournis à l'étudiant dans les cas délicats.
Tests bilatéraux et unilatéraux de comparaison de deux proportions ou de deux moyennes dans le cadre de la loi normale.	Utiliser les tests bilatéraux et unilatéraux relatifs à une proportion ou à une moyenne ainsi qu'à la comparaison de deux proportions ou de deux moyennes.	
Risques d'erreur de première et de seconde espèce.	Analyser les risques d'erreur de première et de seconde espèce associés à la prise de décision.	On compare, à l'aide d'un algorithme ou de simulations, les différents seuils de signification et on met en évidence les risques

		d'erreur de première et de seconde espèce. La notion de puissance d'un test est abordée.
		En liaison avec les enseignements des disciplines professionnelles ou les situations rencontrées en entreprise, on peut traiter quelques exemples d'autres procédures, par exemple test du khi deux ou test de Student. ⇆ Maîtrise statistique des procédés.
Estimation par intervalle de confiance Intervalle de confiance d'une proportion et d'une moyenne.	Déterminer un intervalle de confiance à un niveau de confiance souhaité pour : - une proportion, dans le cas d'une loi binomiale approximable par une loi normale ; - une moyenne, dans le cas d'une loi normale quand l'écart type de la population est connu ou dans le cas de grands échantillons. Exploiter un intervalle de confiance. Déterminer la taille nécessaire d'un échantillon pour estimer une proportion ou une moyenne avec une précision donnée.	On distingue confiance et probabilité : - avant le tirage d'un échantillon, la procédure d'obtention de l'intervalle de confiance a une probabilité de 0,95 ou de 0,99 que cet intervalle contienne le paramètre inconnu ; - après le tirage, le paramètre est dans l'intervalle calculé avec une confiance de 95 % ou 99 %. La simulation permet de mieux comprendre la notion d'intervalle de confiance. ⇆ Incertitude de mesure.

MODULE : **CONFIGURATIONS GÉOMÉTRIQUES**

L’objectif de ce module est double :

- renforcer la vision dans l’espace et les acquis sur les configurations géométriques de l’espace en étudiant des objets constitués de solides connus ;
- mobiliser les acquis sur les configurations géométriques du plan en étudiant des figures planes extraites des objets précédents ;
- sensibiliser les étudiants à différents types de repérage.

On veille tout particulièrement aux connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants en géométrie, tant dans le plan que dans l’espace. Les connaissances sont celles abordées en collège, en lycée professionnel ainsi qu’en seconde générale et technologique.

On prend appui sur des problèmes issus des enseignements scientifiques et technologiques. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l’exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Configurations du plan et de l’espace Exemples de problèmes portant sur : - l’analyse de la forme d'un objet de l'espace (par projection ou famille de sections planes) ; - la section d’un solide par un plan ; - la projection sur un plan ou sur une droite ; - l’intersection, le parallélisme, l’orthogonalité ; - les surfaces de révolution.	Lire et interpréter une représentation d’un objet constitué de solides usuels. Représenter, identifier et étudier la section d’un solide par un plan dans un cas simple. Isoler, représenter et étudier une figure plane extraite d’un solide.	On étudie des problèmes portant sur des objets issus des autres enseignements et constitués des solides usuels suivants : le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre, le cône et la sphère. On emploie un logiciel de visualisation et de construction afin de favoriser la vision dans l’espace des étudiants. Sur un exemple, on peut aborder la notion de plan tangent à une surface. On réactive les connaissances de géométrie plane en s’appuyant sur des figures planes extraites des objets de l’espace étudiés.

	Utiliser les acquis de géométrie pour : - calculer la longueur d'un segment, la mesure d'un angle en degrés, l'aire d'une surface et le volume d'un solide ; - déterminer les effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes.	Sur un exemple, on peut découvrir la relation d'Al-Kashi ou les relations liant les sinus des angles, les longueurs des côtés et l'aire d'un triangle. ⇆ Modélisation volumique.
Repérage d'un point Exemples de problèmes mettant en œuvre le repérage d'un point : – dans le plan (coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires) ; – dans l'espace (coordonnées cartésiennes, coordonnées cylindriques, coordonnées sphériques).	Utiliser un système de repérage d'un point dans le cadre de la résolution d'un problème.	On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines pour justifier de la pertinence de l'emploi de systèmes de repérage variés. ⇆ Cinématique.

MODULE : **CALCUL VECTORIEL**

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis de calcul vectoriel des années précédentes en tenant compte des connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants ;
- apporter des compléments de calcul vectoriel, qui peuvent être utiles pour étudier des situations rencontrées dans les autres enseignements.

On prend appui sur les enseignements scientifiques et technologiques qui fournissent un large éventail de problèmes. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Décomposition d'un vecteur dans une base du plan ou de l'espace	Décomposer un vecteur dans une base et exploiter une telle décomposition.	On ne se limite pas au cadre de la géométrie repérée. ⥃ Vecteur vitesse, force.
Barycentre Barycentre de deux points pondérés du plan ou de l'espace. Coordonnées dans un repère.	Construire le barycentre de deux points pondérés.	On peut introduire la notion de barycentre en la reliant à l'équilibrage de masses ou à la moyenne pondérée. Selon les besoins, on étudie des réductions d'une somme de la forme $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\,\overrightarrow{MB}$ avec $\alpha + \beta \neq 0$. On fait remarquer que le barycentre de deux points distincts appartient à la droite définie par ces deux points.
Extension de la notion de barycentre à trois points pondérés.	Utiliser, sur des exemples simples liés aux enseignements technologiques, la notion de barycentre partiel.	Sur des exemples issus des enseignements technologiques, on met en place le théorème du barycentre partiel. ⥃ Centre d'inertie d'un assemblage de solides.

Produit scalaire Expressions du produit scalaire : – à l'aide d'une projection orthogonale ; – à l'aide des normes et d'un angle ; – à l'aide des coordonnées.	Choisir l'expression du produit scalaire la plus adaptée en vue de la résolution d'un problème. Calculer un angle ou une longueur à l'aide d'un produit scalaire.	On exploite des situations issues des domaines scientifiques et technologiques. On illustre en situation quelques propriétés du produit scalaire. ⇆ Travail, puissance d'une force.
Produit vectoriel Orientation de l'espace. Produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace : – définition ; – calcul des coordonnées dans une base orthonormale directe ; – application à l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme.	Calculer une aire à l'aide d'un produit vectoriel.	La découverte du produit vectoriel, de ses propriétés et de ses applications est à mener en liaison étroite avec les autres enseignements. Les notions de vecteur glissant, de torseur et le produit mixte sont hors programme. ⇆ Moment d'une force.

MODULE COMPLÉMENTAIRE : **MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE**

Parmi les modèles mathématiques qui sont la base de la conception des courbes ou des surfaces en CAO et en CFAO (Conception, fabrication, assistées par ordinateur), le modèle de Bézier et celui des B-Splines sont les plus utilisés.

L'étude de ces deux modèles, restreinte aux courbes du plan, est suffisante pour comprendre leur intérêt dans la conception interactive des formes.

Le modèle des courbes de Bézier est un outil générateur de l'ensemble de la forme désirée tandis que le modèle des courbes B-Splines réalise cette forme de manière locale.

Des présentations différentes, notamment pour les courbes de Bézier, permettront de dévoiler une partie de la « boîte noire » de ces modèles. L'appui sur des exemples de courbes de degré 2 ou 3 permet d'éviter toute complexité calculatoire, sans nuire aux utilisations réelles qui souvent concernent le degré 3.

L'objectif principal est la compréhension des liens entre ces modèles et la conception des formes. Il convient d'éviter les considérations théoriques hors de cet objectif et le lien entre le modèle des B-Splines et celui de Bézier est signalé sans justification.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Courbe de Bézier Modèle par vecteurs et contraintes.	Déterminer un vecteur tangent en un point d'une courbe de Bézier. Étudier et construire une courbe de Bézier définie par vecteurs et contraintes.	
Modèle par points de contrôle et polynômes de Bernstein.	Définir, sous forme paramétrique une courbe de Bézier à partir des points de contrôle. Étudier et construire une courbe de Bézier définies par des points de contrôle.	Le lien entre approche par vecteurs et contraintes d'une part et par points de contrôle d'autre part est explicité sur un exemple. En liaison avec les autres disciplines, il convient d'utiliser les outils informatiques pour mettre en évidence le rôle des points de contrôle dans la modification de la forme de la courbe. La formule donnant les polynômes de Bernstein n'est pas exigible.

Barycentre de deux points pondérés.		On limite à quatre le nombre de points de contrôle. On se limite à des coefficients compris entre 0 et 1.
Construction barycentrique d'un point de la courbe.	Construire un point de la courbe par barycentres successifs.	Le lien entre le modèle par points de contrôle et le point de vue barycentrique est admis. Cette présentation permet de développer un nouveau point de vue : tout point de la courbe est « attiré » par chacun des points de contrôle en proportion du « poids » qui lui est affecté. Des algorithmes associés à la construction géométrique par barycentres successifs peuvent être proposés. ⇆ Conception de formes.
Courbe B-Spline Points de contrôle et polynômes de Riesenfeld (degré 2 ou 3).	Déterminer un polynôme de Riesenfeld à partir de la formule donnée. Étudier et construire des courbes B-Splines.	La formule donnant les polynômes de Riesenfeld n'est pas exigible. On traite un exemple de forme réalisée par jonction d'arcs de courbes ; on met en évidence le passage du modèle de Bézier qui déforme globalement l'arc à une utilisation où l'on peut modifier localement chaque arc. ⇆ Conception de formes.

MODULE COMPLÉMENTAIRE : **CALCUL MATRICIEL**

Ce module consiste en une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de phénomènes issus de la vie courante ou d'exemples concrets. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes.
On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Matrices Égalité de deux matrices. Matrice nulle, matrice identité.		Une matrice est introduite comme un tableau de nombres réels permettant de représenter une situation comportant plusieurs « entrées » et « sorties ».
Calcul matriciel élémentaire : - addition ; - multiplication par un nombre réel ; - multiplication.	Effectuer des calculs matriciels à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, y compris le calcul d'une puissance d'une matrice. Représenter puis traiter une situation simple à l'aide d'une écriture matricielle.	Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu. On signale le caractère associatif mais non commutatif de la multiplication. On peut notamment étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites de matrices.
Inverse d'une matrice Définition, existence éventuelle, unicité en cas d'existence.		
Commutativité d'une matrice inversible et de son inverse.	Montrer qu'une matrice est l'inverse d'une autre. Déterminer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel l'inverse d'une matrice inversible.	La notion de déterminant n'est pas au programme. Aucune condition d'inversibilité d'une matrice n'est à connaître.

	Résoudre un système linéaire de n équations à n inconnues à l'aide d'une inversion de matrice.	On ne considère que le cas où le système est de Cramer, sans qu'aucune justification ne soit requise. ⇆ Gestion d'un réseau, matrice d'inertie et changement de base en mécanique, processus aléatoires.

Épreuve E3 : Mathématiques – Physique et chimie
Sous-épreuve : Mathématiques
Coefficient 2 – Unité U31

1. FINALITÉS ET OBJECTIFS

La sous-épreuve de mathématiques a pour objectif d'évaluer :
- la solidité des connaissances et des compétences des étudiants et leur capacité à les mobiliser dans des situations variées ;
- leurs capacités d'investigation ou de prise d'initiative, s'appuyant notamment sur l'utilisation de la calculatrice ou de logiciels ;
- leur aptitude au raisonnement et leur capacité à analyser correctement un problème, à justifier les résultats obtenus et à apprécier leur portée ;
- leurs qualités d'expression écrite et/ou orale.

2. CONTENU DE L'ÉVALUATION

L'évaluation est conçue comme un sondage probant sur des contenus et des capacités du programme de mathématiques.
Les sujets portent principalement sur les domaines mathématiques les plus utiles pour résoudre un problème en liaison avec les disciplines technologiques ou les sciences physiques appliquées.
Lorsque la situation s'appuie sur d'autres disciplines, aucune connaissance relative à ces disciplines n'est exigible des candidats et toutes les indications utiles doivent être fournies.

3. FORMES DE L'ÉVALUATION

3.1. Contrôle en cours de formation (CCF)

Le contrôle en cours de formation comporte deux situations d'évaluation. Chaque situation d'évaluation, d'une durée de cinquante-cinq minutes, fait l'objet d'une note sur 10 points coefficient 1.
Elle se déroule lorsque le candidat est considéré comme prêt à être évalué à partir des capacités du programme.
Toutefois, la première situation doit être organisée avant la fin de la première année et la seconde avant la fin de la deuxième année.

Chaque situation d'évaluation comporte un ou deux exercices avec des questions de difficulté progressive. Il s'agit d'évaluer les aptitudes à mobiliser les connaissances et compétences pour résoudre des problèmes, en particulier :
- s'informer ;
- chercher ;
- modéliser ;
- raisonner, argumenter ;
- calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie ;
- communiquer.

L'un au moins des exercices de chaque situation comporte une ou deux questions dont la résolution nécessite l'utilisation de logiciels (implantés sur ordinateur ou calculatrice). La présentation de la résolution de la (les) question(s) utilisant les outils numériques se fait en présence de l'examinateur. Ce type de question permet d'évaluer les capacités à illustrer, calculer, expérimenter, simuler, programmer, émettre des conjectures ou contrôler leur vraisemblance. Le candidat porte ensuite par écrit sur une fiche à compléter, les résultats obtenus, des observations ou des commentaires.

À l'issue de chaque situation d'évaluation, l'équipe pédagogique de l'établissement de formation constitue, pour chaque candidat, un dossier comprenant :
- la situation d'évaluation ;
- les copies rédigées par le candidat à cette occasion ;
- la grille d'évaluation de la situation, dont le modèle est fourni ci-dessous, avec une proposition de note sur 10 points.

3.1.1. Première situation d'évaluation

Elle permet l'évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– **Fonctions d'une variable réelle**, à l'exception des paragraphes « *Approximation locale d'une fonction* » et « *Courbes paramétrées* » ;

– **Calcul intégral**, à l'exception du paragraphe « *Formule d'intégration par parties* » ;

– **Statistique descriptive** ;

– **Probabilités 1** ;

– **Probabilités 2**, à l'exception du paragraphe « *Exemples de processus aléatoires* ».

3.1.2. Deuxième situation d'évaluation

Elle permet l'évaluation, par sondage, des contenus et des capacités associés aux modules du programme de mathématiques suivants :

– **Equations différentielles** ;
– **Statistique inférentielle** ;
– **Configurations géométriques** ;
– **Calcul vectoriel**.

À l'issue de la seconde situation d'évaluation, l'équipe pédagogique adresse au jury la proposition de note sur 20 points, accompagnée des deux grilles d'évaluation. Les dossiers décrits ci-dessus, relatifs aux situations d'évaluation, sont tenus à la disposition du jury et des autorités académiques jusqu'à la session suivante. Le jury peut en exiger la communication et, à la suite d'un examen approfondi, peut formuler toutes remarques et observations qu'il juge utile pour arrêter la note.

3.2. Épreuve ponctuelle

Épreuve écrite d'une durée de deux heures.
Les sujets comportent deux exercices de mathématiques. Ces exercices portent sur des parties différentes du programme et doivent rester proches de la réalité professionnelle.
Il convient d'éviter toute difficulté théorique et toute technicité mathématique excessives.
L'utilisation des calculatrices est autorisée selon la règlementation en vigueur.

GRILLE D'ÉVALUATION DES SITUATIONS DE CCF

<table>
<tr><td colspan="4">GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES
BTS Maintenance des Systèmes option A – Sous-épreuve E31 – Unité U31</td></tr>
<tr><td colspan="2">NOM :</td><td colspan="2">Prénom :</td></tr>
<tr><td colspan="2">Situation d'évaluation n°</td><td colspan="2">Date de l'évaluation : _ _ / _ _ / _ _ _ _</td></tr>
<tr><td colspan="4">1. Liste des contenus et capacités du programme évalué</td></tr>
<tr><td>Contenus</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Capacités</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Évaluation[1]</td></tr>
<tr><td>Compétences</td><td>Capacités</td><td>Questions de l'énoncé</td><td>Appréciation du niveau d'acquisition</td></tr>
<tr><td>S'informer</td><td>Rechercher, extraire et organiser l'information.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td>Chercher</td><td>Proposer une méthode de résolution.
Expérimenter, tester, conjecturer.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td>Modéliser</td><td>Représenter une situation ou des objets du monde réel.
Traduire un problème en langage mathématique.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td>Raisonner, argumenter</td><td>Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat.
Critiquer une démarche, un résultat.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td>Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie</td><td>Calculer, illustrer à la main ou à l'aide d'outils numériques, programmer.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td>Communiquer</td><td>Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.
Présenter un tableau, une figure, une représentation graphique.</td><td></td><td>………../ ………..</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>TOTAL</td><td>………../ 10</td></tr>
</table>

[1] Des appels (2 au maximum) permettent de s'assurer de la compréhension du problème et d'évaluer la communication orale et les capacités liées à l'usage des outils numériques.
Sur les 10 points, 3 points sont consacrés à l'évaluation de l'utilisation des outils numériques dans le cadre de différentes compétences.