STS

MS2

FIABILITÉ

Vocabulaire de la fiabilité

Loi exponentielle.

Loi de Weibull.

by MARSLYN 2022

Connaître le vocabulaire de la fiabilité et en effectuer une traduction mathématique.

Représenter des temps de bon fonctionnement à l'aide d'un logiciel.

À l'aide d'un logiciel, utiliser la régression linéaire pour ajuster une distribution observée à un modèle exponentiel ou de Weibull et estimer les paramétres de la loi correspondante.

Calculer et interpréter des probabilités de panne et la MTBF dans le cas d'une loi exponentielle ou de Weibull.

Calculer la périodicité d'une intervention fondée sur une fiabilité déterminée.

Simuler une situation dans un contexte de fiabilité.

Vocabulaire de la fiabilité

JE VAIS ÊTRE CAPABLE DE:

Connaître le vocabulaire de la fiabilité et en effectuer une traduction mathématique.

Représenter des temps de bon fonctionnement à l'aide d'un logiciel.

TABLEAU DE COMPÉTENCES

Compétences	Aptitudes à vérifier	Questions	0	1	2	3	
S'informer	Rechercher, extraire et organiser l'information.						
Chercher	Proposer une méthode de résolution. Expérimenter, tester, conjecturer.						
Modéliser	Représenter une situation ou des objets du monde réel. Traduire un problème en language mathématique.						
Raisonner	Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat. Critiquer une démarche, un résultat.						
Calculer	Calculer, illustrer à la main ou à l'aide d'outils numériques, programmer.						
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. Présenter un tableau, une figure, une représentation graphique.						

3 le candidat réalise seul l'ensemble du travail demandé.
2 le candidat réalise l'ensemble du travail demandé de manière satisfaisante avec une aide limitée du professeur évaluateur
1 le candidat parvient à réaliser une partie du travail demandé avec l'aide du professeur évaluateur
0 le candidat est incapable de faire quoi que ce soit malgré l'aide du professeur évaluateur

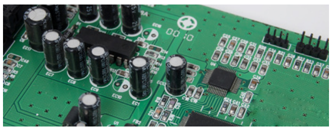
FIABILITÉ DES ARMOIRES DE CONTRÔLE D'UN ROBOT INDUSTRIEL

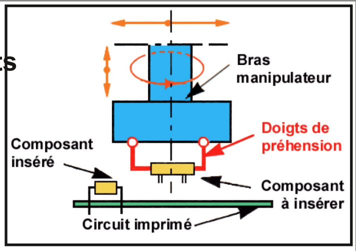
Les ateliers d'un grand constructeur d'automobiles comportent des robots permettant de positionner les pistolets de peinture autour de la carrosserie.

Ces robots sont constitués de trois parties: un bras articulé actionné par des verins hydrauliques, un groupe hydraulique et une armoire de contrôle (système électronique qui gère les mouvements du robots par des programmes.

Le service de maintenance d'une entreprise préconise, pour les armoires de contrôle d'un robot industriel, des interventions préventives (par changement de certains éléments électroniques)

Appareil d'insertion automatique de composants electroniques





Un appareil d'insertion automatique de composants électroniques sur une plaque de circuits imprimés est capable de monter des composants électroniques de n'importe quelle forme.

Sur cette machine la rupture des doigts de préhension des composants, situés à l'extrémité d'un bras manipulateur, provoque des arrêts importants (changement des doigts, réinitialisation de la machine, réglages).

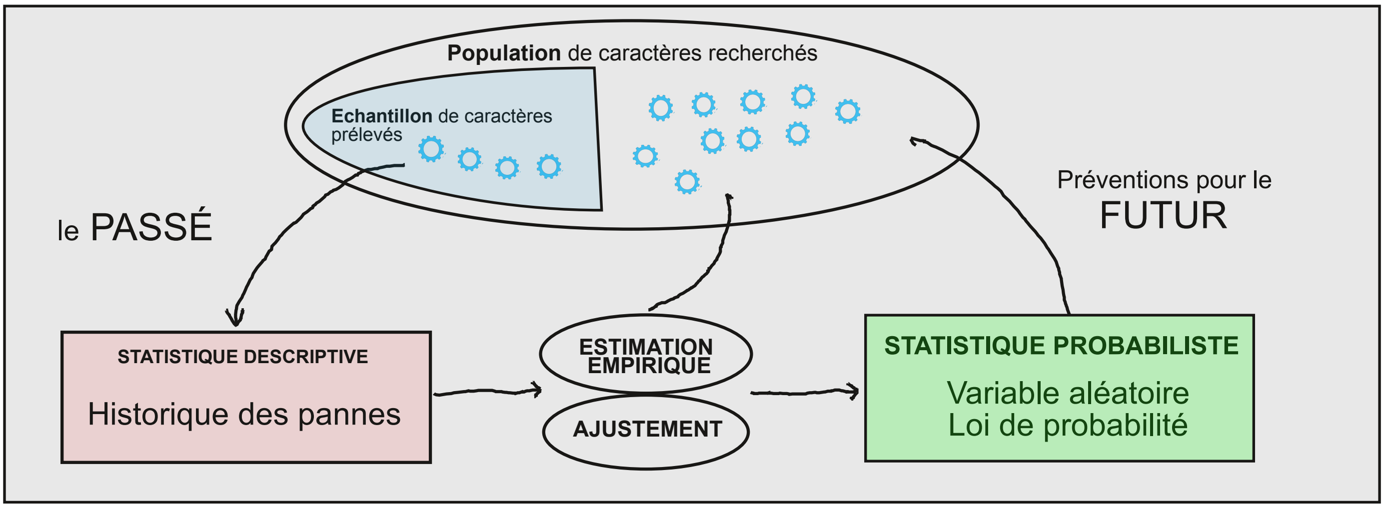
Le service maintenance décide d'étudier la fiabilité de ces éléments en vue d'instaurer une action de maintenance préventive systématique les concernant.

La notion de fiabilité est importante pour la détermination des politiques de maintenance mais aussi de renouvellement des équipements. Elle sert aussi à déterminer les rechanges à mettre en place pour assurer un taux de service déterminé.

Pour pouvoir intervenir préventivement, il faut avoir une idée du moment où la panne pourrait survenir. Des études statistiques de fiabilité de composants permettent parfois à des fournisseurs d'équipements de donner une information très utile dans ce domaine, comme la MTBF des composants et de l'ensemble.

la démarche

L'objectif des méthodes statistiques de recherche de la fiabilité est de définir, à partir d'un échantillon de certains équipements d'une même catégorie, une estimation du comportement de l'ensemble des équipements de cette catégorie.



On désignera par T la variable aléatoire qui, à tout dispositif tiré au hasard, associe son temps de bon fonctionnement ou sa durée de vie avant défaillance

La fiabilité

La fiabilité est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité que ce dispositif accomplisse une fonction requise dans des conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminées (AFNOR*).

*AFNOR: L'Association française de normalisation est l'organisation française qui représente la France auprès de l'Organisation internationale de normalisation

ORIGINE ANGLAISE:

Défaillance - FAILURE

Fiabilité - RELIABILITY

Fonction de défaillance - F

On appelle fonction de défaillance la fonction F définie: **pour tout t ≥ 0 par**

$$\mathbf{F(t) = P(T \le t)} = \int_0^t f(x)\,dx$$

Le nombre F(t) représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard dans la population ait une défaillance avant l'instant t.

Fonction de fiabilité - R

On appelle fonction de fiabilité R définie: **pour tout t ≥ 0 par R(t) = 1 − F(t)**
Le nombre R(t) représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard dans la population n'ait pas de défaillance avant l'instant t.

Dans la pratique, on ne connait pa les fonctions F et R. Dans ce cas, on peut, à partir d'études statistiques, obtenir des estimations de F(t) et R(t) pour des valeurs de t données.

MÉTHODE

utilisation d'un tableur

Soient n_i le nombre d'éléments défaillants à l'instant t_i et N l'effectif total de l'échantillon, une approximation de la fonction de défaillance F(t) sera nécessaire dans les cas suivants:

Méthode des rangs bruts

Si N>50 alors $F(t_i) = \dfrac{n_i}{N}$

Méthode des rangs moyens

Si N<50 alors $F(t_i) = \dfrac{n_i}{N+1}$

Méthode des rangs médians

Si N très petit alors $F(t_i) = \dfrac{n_i - 0{,}3}{N + 0{,}4}$

Dans l'exemple ci-dessous, on a choisit **la méthode des rangs bruts**

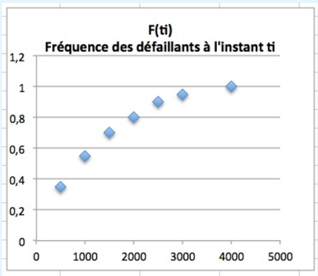
= D3+B4   = D12-D3   = D3/D12   = 1-F3

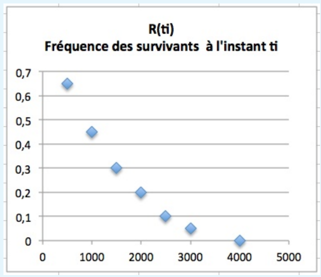
	A	B	C	D	E	F	G
1						F(ti)	R(ti)
2	Intervalle de temps	Nombre de défaillants dans cet intervalle	Instant ti	Nombre de défaillants à l'instant ti	Nombre de survivants à l'instant ti	Fréquence des défaillants à l'instant ti	Fréquence des survivants à l'instant ti
3	[0, 500]	7	500	7	13	0,35	0,65
4	]500, 1000]	4	1000	11	9	0,55	0,45
5	]1000, 1500]	3	1500	14	6	0,7	0,3
6	]1500, 1000]	2	2000	16	4	0,8	0,2
7	]2000, 2500]	2	2500	18	2	0,9	0,1
8	]2500, 3000]	1	3000	19	1	0,95	0,05
9	]3000, 4000]	1	4000	20	0	1	0
12	Nombre total de composants =			20			

D12

Pour représenter le nuage de points (ti;

Nuages de points





Taux d'avarie

D'un point de vue statistique, le taux d'avarie (ou de défaillance) sur une période de temps est la fréquence des défaillances durant cette période, obtenue par le quotient:

$$Taux\ d'avarie\ sur\ une\ période\ temps = \frac{nombre\ de\ défaillants\ au\ cours\ de\ la\ période}{nombre\ de\ survivants\ au\ début\ de\ la\ période}$$

Pour pouvoir comparer les taux d'avarie de périodes de durées différentes, on calcule le taux d'avarie moyen par unité de temps.

$$Taux\ d'avarie\ moyen\ par\ unité\ de\ temps = \frac{nombre\ de\ défaillants\ au\ cours\ de\ la\ période}{nombre\ de\ survivants\ au\ début\ de\ la\ période \times durée\ de\ la\ période}$$

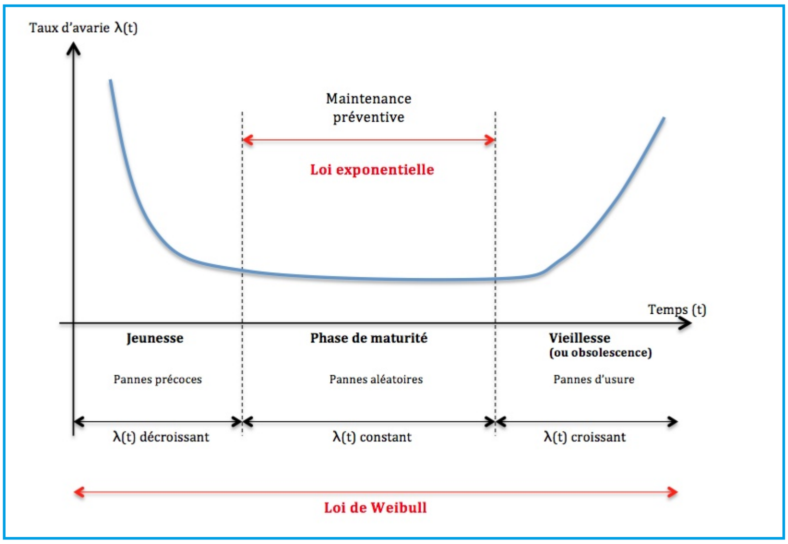
Taux d'avarie instantané

D'un point de vue probabiliste, le taux d'avarie (ou de défaillance) instantané à l'instant t est :

$$\lambda(t) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = \frac{-R'(t)}{R(t)}$$

Courbe en baignoire

On constate expérimentalement que, pour la plupart des matériels, la courbe représentative du taux d'avarie instantané t → λ(t) a la forme donnée par la figure ci-contre. Elle est appelée « courbe en baignoire » et comporte trois parties distinctes.



MTBF - MOYENNE DES TEMPS DE BON FONCTIONNEMENT

On appelle « Moyenne des Temps de Bon Fonctionnement » l'espérance mathématique de la variable aléatoire T.

$$\text{MTBF} = \text{E(T)} = \lim_{x \to +\infty} \int_0^x t f(t)$$

MÉTHODE — utilisation d'un tableur

Pour pouvoir comparer les taux d'avarie de périodes de durées différentes, on calcule le taux d'avarie par unité de temps.

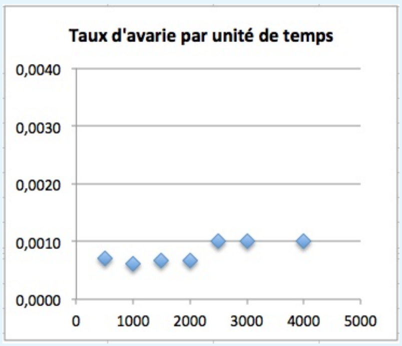
=D12 =C3-B3 =C3/(D3*E3)

	A	B	C	D	E	F
1						λ(ti)
2	Intervalle de temps	instant ti	Nombre de défaillants dans cet intervalle	Nombre de survivants au début de l'intervalle	Durée de l'intervalle	Taux d'avarie par unité de temps
3	[0, 500]	500	7	20	500	0,0007
4	]500, 1000]	1000	4	13	500	0,0006
5	]1000, 1500]	1500	3	9	500	0,0007
6	]1500, 1000]	2000	2	6	500	0,0007
7	]2000, 2500]	2500	2	4	500	0,0010
8	]2500, 3000]	3000	1	2	500	0,0010
9	]3000, 4000]	4000	1	1	1000	0,0010
12	Nombre total de composants =			20		

D12

Pour représenter le nuage de points (ti; λ(ti)).

Nuages de points



Nous remarquons que le taux d'avarie est constant. Ce qui correspond à la partie centrale de la courbe en baignoire, c'est à dire la phase de maturité

Fiabilité dans le cas d'une LOI EXPONENTIELLE

Soit T une variable aléatoire suivant la loi exponentielle de paramètre λ.

La densité de probabilité de la variable aléatoire T est définie pour tout t **≥ 0** par $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$.

- La fonction de défaillance est définie pour tout **t ≥ 0** par — $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
- La fonction de fiabilité est définie pour tout **t ≥ 0** par — $R(t) = e^{-\lambda t}$
- MTBF - MOYENNE DES TEMPS DE BON FONCTIONNEMENT — $E(T) = MTBF = \frac{1}{\lambda}$
- Ecart type — $\sigma(T) = \frac{1}{\lambda}$

PROPRIÉTÉ La loi exponentielle de paramètre ***λ*** est la loi suivie par la variable aléatoire T lorsque **le taux d'avarie instantanée est constant:**

Pour tout t ≥ 0, λ (t) = λ constante strictement positive.

MÉTHODE

utilisation d'un tableur

1 Classer les durées de vie des équipements par ordre croissant (variable t).

2 Entrer les temps de bon fonctionnement ti observés. (TBF)

Calculer et entrer les fréquences de défaillance F(ti) et les fréquences de fiabilité R(ti). (selon la méthode choisie*)

Calculer et entrer les valeurs de ln(R(ti))

ti	F(ti)	R(ti)	ln (R(ti))
30	0,1	0,9	-0,105360516
50	0,2	0,8	-0,223143551
90	0,3	0,7	-0,356674944
130	0,4	0,6	-0,510825624
170	0,5	0,5	-0,693147181
230	0,6	0,4	-0,916290732
300	0,7	0,3	-1,203972804
410	0,8	0,2	-1,609437912
580	0,9	0,1	-2,302585093

Approximation de la fonction F(t)

Selon effectif total de l'échantillon N, une approximation de la fonction F(t) sera nécessaire:

Soit n_i nombre d'éléments défaillants à l'instant t_i

Méthode des rangs bruts

Si $N>50$ alors $F(t_i) = \frac{n_i}{N}$

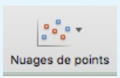
Méthode des rangs moyens

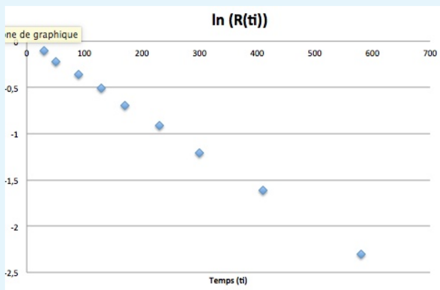
Si $20<N<50$ alors $F(t_i) = \frac{n_i}{N+1}$

Méthode des rangs médians

Si $N<20$ alors $F(t_i) = \frac{n_i - 0,3}{N + 0,4}$

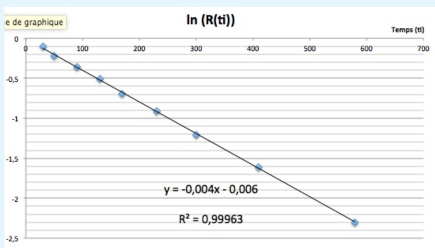
3 Représenter le nuage de points (ti; ln(R(ti)).





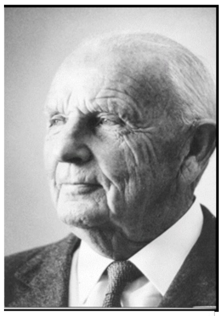
Si les points sont pratiquement alignés, on en déduit que le modèle exponentiel est adapté.

4 Afficher une équation de la droite d'ajustement ainsi que le coefficient de détermination. (y = ax + b)



5 Estimation du paramètre de la loi exponentiel **λ = - a**

Fiabilité dans le cas d'une LOI DE WEIBULL



Wallodi Weibull 1887-1979
Photo by Sam C. Saunders

En théorie des probabilités, la loi de Weibull, nommée d'après Waloddi Weibull en 1951, est une loi de probabilité continue.

Idée générale

L'idée consiste à rechercher une distribution de la variable "durée de vie" X qui traduise les formes des 3 parties de la courbe en baignoire (**λ** n'est pas toujours constante).

W. Weibull a proposé en 1958 de représenter la fonction "taux de défaillance" par une fonction en "t puissance β " qui serait:

- **décroissante** pour β compris entre 0 et 1,
- **constante** pour β égal à 1,
- **croissante** pour β supérieur à 1.

Définition

On dit que la variable aléatoire "durée de vie" X obéit à une distribution de Weibull de paramètres de forme β, de position γ , d'échelle η si :

- elle est définie pour t supérieur ou égal à γ (**t ≥ γ**),

- sa fonction taux de défaillance (ou d'avarie) instantanée **λ** vérifie:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$$

β > 0 qui traduit l'allure de dégradation du matériel,

γ : Valeur en unités d'usage

γ = 0 si les défaillances peuvent débuter à l'âge 0,
γ > 0 si les défaillances ne peuvent se produire avant l'âge γ,
γ < 0 si les défaillances ont débuté avant l'origine des temps

η > 0 en unités d'usage dont la valeur dépend de l'unité choisie.

Pour une loi de Weibull de paramètres β, γ et η,
la fonction de fiabilité R est définie pour tout t > γ par:

La fonction de défaillance - F - est définie pour tout **t > γ** par:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

La fonction de fiabilité - R - est définie pour tout **t > γ** par:

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

MTBF - MOYENNE DES TEMPS DE BON FONCTIONNEMENT

E(T) = **MTBF = ηA + γ**

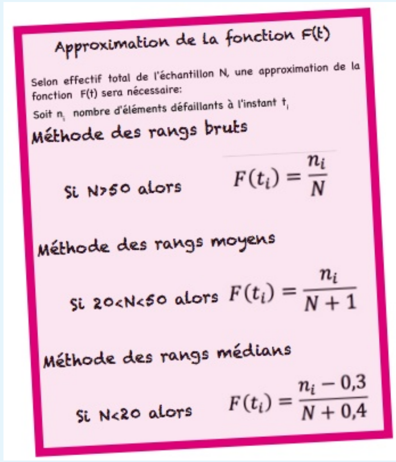
Ecart type

σ(T) **= Bη**

où A et B sont des paramètres issues des tables (voir annexe)

MÉTHODE

utilisation d'un tableur



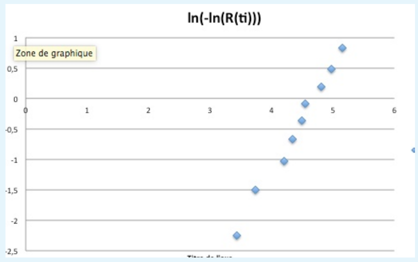
1. Classer les durées de vie des équipements par ordre croissant (variable t).

2. Entrer les temps de bon fonctionnement ti observés. (TBF)

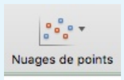
   Calculer et entrer les fréquences de défaillance F(ti) et les fréquences de fiabilité R(ti). (selon la méthode choisie)

   Calculer et entrer les valeurs de **ln(ti) et ln(-ln(R(ti)))**

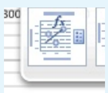
			xi	yi
ti	**F(ti)**	**R(ti)**	**ln (ti)**	**ln(-ln(R(ti)))**
31	0,1	0,9	3,4339872	-2,250367327
42	0,2	0,8	3,73766962	-1,499939987
67	0,3	0,7	4,20469262	-1,030930433
77	0,4	0,6	4,34380542	-0,671726992
89	0,5	0,5	4,48863637	-0,366512921
95	0,6	0,4	4,55387689	-0,087421572
122	0,7	0,3	4,80402104	0,185626759
144	0,8	0,2	4,9698133	0,475884995
173	0,9	0,1	5,15329159	0,834032445

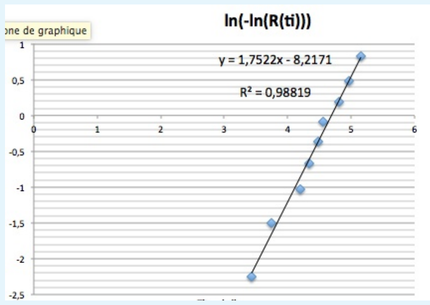


3. Représenter le nuage de points **(ln(ti); ln(-ln(R(ti)))).**



Si les points sont pratiquement alignés, ceci justifie l'emploi d'une loi de Weibull de paramètre γ = 0





4. Afficher une équation de la droite d'ajustement ainsi que le coefficient de détermination. (y = ax + b)

   Estimation du paramètre de la loi de Weibull

   γ = 0 ; β = a et η = exp(-b/a)

FIABILITÉ D'UN SYSTÈME

Nous étudions ici la fiabilité d'un système constitué de n composants. Nous notons T la variable aléatoire mesurant le temps de bon fonctionnement du système.

Nous supposons que les variables aléatoires T_1, T_2, … , T_n mesurant le temps de bon fonctionnement respectif de chacun des n composants sont indépendantes.

a. Montage en série

Un système est du type série pour la fiabilité lorsqu'il ne fonctionne correctement que si tous ses composants fonctionnent eux-mêmes correctement.

La fonction de fiabilité R du système vérifie : $R(T) = R(T_1) \times R(T_2) \times \ldots \times R(T_n)$

b. Montage en parallèle

Un système est de type parallèle pour la fiabilité lorsqu'il n'est défaillant que si tous ses composants sont eux-mêmes défaillants.

La fonction de défaillance F du système vérifie : $F(T) = F(T_1) \times F(T_2) \times \ldots \times F(T_n)$

Remarque

Pour étudier la fiabilité d'un système comportant à la fois des montages de composants en série et en parallèle, on décompose ce système en sous-systèmes correspondant à un des deux montages étudiés ci dessus.

Fiabilité dans le cas d'une LOI DE WEIBULL

STS MS2 L'ESSENTIEL

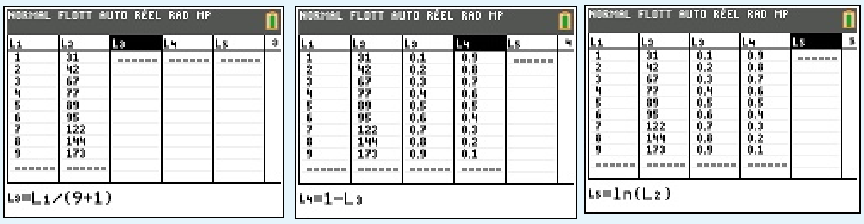
MÉTHODE

UTILISATION D'UNE CALCULATRICE

1 **Classer** les durées de vie des équipements par ordre croissant (variable t).

Pour entrer les données, il faut suivre le protocole suivant [listes stats] [précéd entrer]

2 **Entrer** le nombre ni d'éléments défaillants à l'instant ti dans la colonne L1
Entrer les temps de bon fonctionnement ti observés dans la colonne L2
Entrer les formules correspondantes dans la première ligne.



Approximation de la fonction F(t)

Selon effectif total de l'échantillon N, une approximation de la fonction F(t) sera nécessaire:
Soit n_i nombre d'éléments défaillants à l'instant t_i

Méthode des rangs bruts

si N>50 alors $F(t_i) = \dfrac{n_i}{N}$

Méthode des rangs moyens

si 20<N<50 alors $F(t_i) = \dfrac{n_i}{N+1}$

Méthode des rangs médians

si N<20 alors $F(t_i) = \dfrac{n_i - 0{,}3}{N + 0{,}4}$

Pour entrer L1

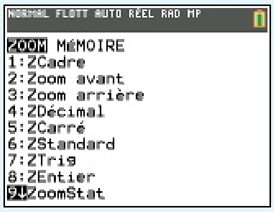
[2nde] [1]

3 Pour représenter le nuage de points **(xi = ln(ti) ; yi = ln(-ln(R(ti)))).**

[2nde] [graph statsf1 f(x)]

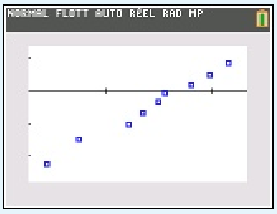
Sélectionner **Aff**
Entrer **L5** [2nde] [5]

Entrer **L6** [2nde] [6]



Lorsque les points ne s'affichent pas, il faut régler la fenêtre ou utiliser la touche [format f3 zoom]

Si les points sont pratiquement alignés, ceci justifie l'emploi d'une loi de Weibull de paramètre γ = 0



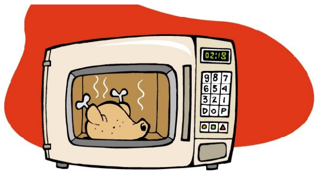
4 Pour afficher une équation de la droite d'ajustement ainsi que le coefficient de corrélation. (y = ax + b)

[listes stats] [>] [précéd entrer] [4]

L'équation de la droite d'ajustement est : **y = 1.752x - 8,217**
Le coefficient de corrélation est : **r = 0,99**
Le coefficient de corrélation étant trés proche de 1, le nuage de points est correctement ajusté.

5 Pour estimer des paramètre de la loi de Weibull, on a: **γ = 0 ; β = a et η = exp(-b/a)**
On en déduit que une estimation des paramètres de la loi de weibull

γ = 0 β = 1,752 η = Exp(8,217/1,752)=108,9 exercice 1 -



On a mesuré pour 20 micro-ondes du même type le temps en heures écoulé avant la première panne. On obtient les résultats ci dessous :

Intervalle de temps t (en heures)	[0;500]	]500;1000]	]1000;1500]	]1500;2000]	]2000;2500]	]2500;3000]	]3000;4000]
Nombre d'appareils défaillants dans cet intervalle de temps	7	4	3	2	2	1	1

1 - A l'aide d'un tableur, réaliser et compléter le tableau ci-

				F(ti)	R(ti)
Intervalle de temps t (en heures)	Nombre d'appareils défaillants dans cet intervalle de temps	instant ti en heures	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	Fréquence des éléments défaillants à l'instant ti	Fréquence des éléments fiables à l'instant ti
[0; 500]	7	500			
]500; 1000]	4	1000			
]1000; 1500]	3	1500			
]1500; 2000]	2	2000			
]2000; 2500]	2	2500			
]2500; 3000]	1	3000			
]3000; 4000]	1	4000			

2 - On prélève au hasard un élément

Soit A l'évènement:" l'élément est encore en fonctionnement au bout de 1000 heures"

Soit B l'évènement : " l'élément est encore en fonctionnement au bout de 2500 heures"

a) Calculer P(A), P(B) et P(A∩B)

b) Calculer la probabilité q'un élément soit encore en fonctionnement au bout de 2000 heures sachant qu'il était en fonctionnement au bout de 1000heures.

exercice 2 -

Dans chaque cas suivant, calculer les taux de défaillance, tracer le graphe d'évolution, analyser puis commenter.

A - Sur une série de 150 nouveaux capteurs mis en fonctionnement, on a relevé les TBF suivants :

Intervalle de temps	Nombre de défaillants
0 – 100	12
100 – 200	10
200 – 300	5
300 – 400	4
400 – 500	3

B - Considérerons 65 mécanismes non réparables tombés en panne selon le tableau ci-dessous, les défaillants n'étant pas remplacés. Le mécanisme le plus fiable a fonctionné 790 heures.

Classes	Défaillants	Survivants
0-100	5	65
100-200	8	60
200-300	9	52
300-400	10	43
400-500	10	33
500-600	10	23
600-700	8	13
700-800	5	5

C - On a relevé sur un type de moteur les défaillances suivantes répertoriées par tranche. L'étude a porté sur 37 moteurs.

0h à 1000h	1000h à 2000h	2000h à 3000h	3000h à 4000h	4000h à 5000h	5000h à 6000h
1	3	6	10	13	4

exercice 3 -

L'équipe maintenance a relevé durant une année les temps de fonctionnement, en heures, entre deux réglages consécutifs d'une des machines de conditionnement et a obtenu les temps de bon fonctionnement, rangés par ordre croissant :30 ; 50 ; 90 ; 130 ; 170 ; 230 ; 300 ; 410 ; 580.

1) A l'aide de la méthode des rangs moyens, compléter le tableau suivant :

TBF ti	F(ti)	R(ti)
30	...	...
50	...	...

2) Calculer les taux de défaillance, tracer le graphe d'évolution, analyser puis commenter.

exercice 4 -

Un distributeur automatique élabore du jus d'orange en mélangeant de l'eau et du concentré d'orange.

Une étude de fiabilité de ce type de distributeur a permis d'obtenir le tableau suivant où ti est le temps de bon fonctionnement exprimé en jours.

ti (en jours)	Taux de défaillance instantané
46	0,003
48	0,010
55	0,024
60	0,041
64	0,064
68	0,086
80	0,090

1) A l'aide d'un tableur, représenter le nuage de points de coordonnées (ti, λ(ti)).

2) Expliquer pourquoi cette distribution peut être ajustée par une loi de Weibull.

conseils

Comment modéliser les données pour réaliser une analyse de fiabilité ?

Pour effectuer une analyse de fiabilité, vous devrez choisir une distribution qui vous permettra de modéliser vos données.

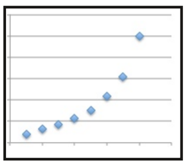
Pour choisir une distribution, vous pouvez vous baser sur votre connaissance et votre expérience pratique du produit. Posez-vous les questions suivantes :

- **Le taux de défaillance est-il constant ?**
- **Augmente-t-il ?**
- **Diminue-t-il ?**

Vous pouvez également évaluer l'ajustement de vos données à l'aide des TICE vous obtiendrez les diagrammes de probabilité pour de nombreuses distributions couramment utilisées dans l'analyse de durées de vie :

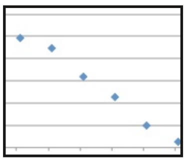
- **La distribution de Weibull**
- **La distribution exponentielle**
- **La distribution normale**

Taux de défaillance croissante



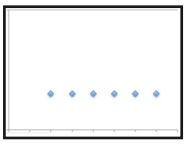
Indique que des composants sont plus susceptibles de tomber en panne au fil du temps. Une loi de Weibull est souvent utilisée pour modéliser ce type de défaillance liée à l'usure.

Taux de défaillance décroissante



Indique des défaillances qui sont plus susceptibles de se produire au début du cycle de vie d'un produit. Ce type de données peut être modélisé à l'aide d'une loi de Weibull avec un paramètre de forme inférieur à 1.

Taux de défaillance constante



Indique des défaillances susceptibles de survenir à probabilité égale à tout moment du cycle de vie d'un produit. Il peut être modélisée à l'aide d'une loi exponentielle.

exercice 1 -

Intervalle de temps t (en heures)	Nombre d'appareils défaillants dans cet intervalle de temps	instant ti en heures	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	F(ti) Fréquence des éléments défaillants à l'instant ti	R(ti) Fréquence des éléments fiables à l'instant ti
[0 ; 500]	7	500	7	0,35	0,65
] 500 ; 1000]	4	1000	11	0,55	0,45
] 1000 ; 1500]	3	1500	14	0,7	0,3
] 1500 ; 2000]	2	2000	16	0,8	0,2
] 2000 ; 2500]	2	2500	18	0,9	0,1
] 2500 ; 3000]	1	3000	19	0,95	0,05
] 3000 ; 4000]	1	4000	20	1	0
Total	20				

2- a- La probabilité que l'élément est encore en fonctionnement au bout de 1000 heures est **P(A) = 0,45**

La probabilité que l'élément est encore en fonctionnement au bout de 2500 heures est **P(B) = 0,1**

La probabilité que l'élément est encore en fonctionnement au bout de 1000 heures et au fonctionnement au bout de 2500 heures **P(A∩B) = P(B) = 0,1**

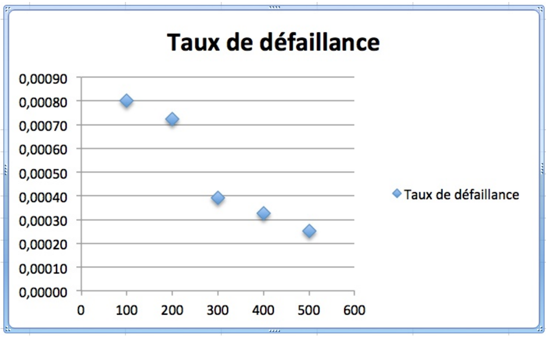
2- b- La probabilité que l'élément est encore en fonctionnement au bout de 2000 heures sachant qu'il était en fonctionnement au bout de 1000 heures.

P(BIA) =P(A∩B) / P(A) = 0,1/0,45 = 0,22

exercice 2 -

A -

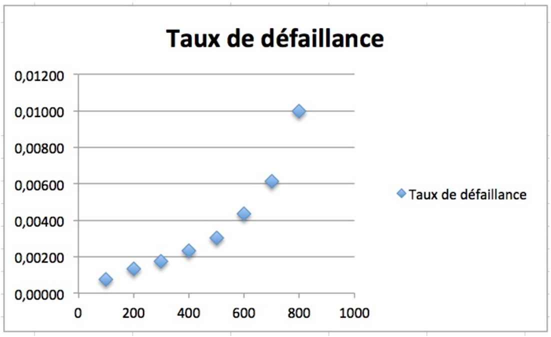
Intervalle de temps	Nombre de défaillants	instants ti	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	Nombre d'appareils fiable au début de l'intervalle	durée de la période	Taux de défaillance
0 - 100	12	100	12	150	100	0,00080
100 - 200	10	200	22	138	100	0,00072
200 - 300	5	300	27	128	100	0,00039
300 - 400	4	400	31	123	100	0,00033
400 - 500	3	500	34	119	100	0,00025
Nombre total de capteurs	150					



Commentaire: Le taux de défaillance diminue au fil du temps.
Cela indique que les capteurs sont plus susceptibles d'être défaillants au début du cycle de vie. **Une loi de Weibull** avec un paramètre de forme inférieur à 1 peut être utilisée pour modéliser ce type de défaillance liée à sa jeunesse.

B -

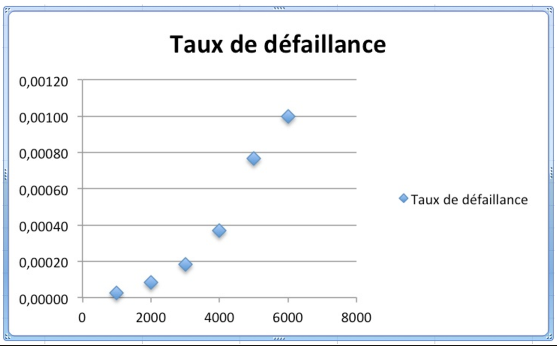
Classe	Défaillants	instants ti	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	Nombre d'appareils fiable au début de l'intervalle	durée de la période	Taux de défaillance
0 - 100	5	100	5	65	100	0,00077
100 - 200	8	200	13	60	100	0,00133
200 - 300	9	300	22	52	100	0,00173
300 - 400	10	400	32	43	100	0,00233
400 - 500	10	500	42	33	100	0,00303
500 - 600	10	600	52	23	100	0,00435
600 - 700	8	700	60	13	100	0,00615
700 - 800	5	800	65	5	100	0,01000
Nombre total de mécanismes	65					



Commentaire: Le taux de défaillance augmente au fil du temps.
Cela indique que les mécanismes sont plus susceptibles de tomber en panne au fil du temps.
Une loi de Weibull peut être utilisée pour modéliser ce type de défaillance liée à

C -

Classe	Défaillants	instants ti	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	Nombre d'appareils fiable au début de l'intervalle	durée de la période	Taux de défaillance
0 - 1000	1	1000	1	37	1000	0,00003
1000 - 2000	3	2000	4	36	1000	0,00008
2000 - 3000	6	3000	10	33	1000	0,00018
3000 - 4000	10	4000	20	27	1000	0,00037
4000 - 5000	13	5000	33	17	1000	0,00076
5000 - 6000	4	6000	37	4	1000	0,00100
Nombre total de moteurs	37					

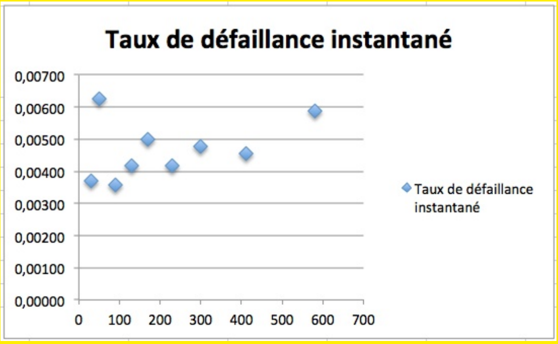


Commentaire: Le taux de défaillance augmente au fil du temps.
Cela indique que les moteurs sont plus susceptibles de tomber en panne au fil du temps.
Une loi de Weibull peut être utilisée pour modéliser ce type de défaillance liée à l'usure.

exercice 3 -

	TBF ti	Défaillants	Nombre d'appareils défaillants à l'instant ti	Nombre d'appareils fiable avant ti	durée de la période	Fréquence des défaillants à l'instant ti	Fréquence des survivants à l'instant ti	Taux de défaillance par période	Taux de défaillance instantané
0 - 30	30	1	1	9	30	0,1	0,900	0,11111	0,00370
30 - 50	50	1	2	8	20	0,2	0,800	0,12500	0,00625
50 - 90	90	1	3	7	40	0,3	0,700	0,14286	0,00357
90 - 130	130	1	4	6	40	0,4	0,600	0,16667	0,00417
130 - 170	170	1	5	5	40	0,5	0,500	0,20000	0,00500
170 - 230	230	1	6	4	60	0,6	0,400	0,25000	0,00417
230 - 300	300	1	7	3	70	0,7	0,300	0,33333	0,00476
300 - 410	410	1	8	2	110	0,8	0,200	0,50000	0,00455
410 - 580	580	1	9	1	170	0,9	0,100	1,00000	0,00588
	Nombre total	9							

Le taux d'avarie moyen entre la 300ème et la 410ème heure est de: 0,50000

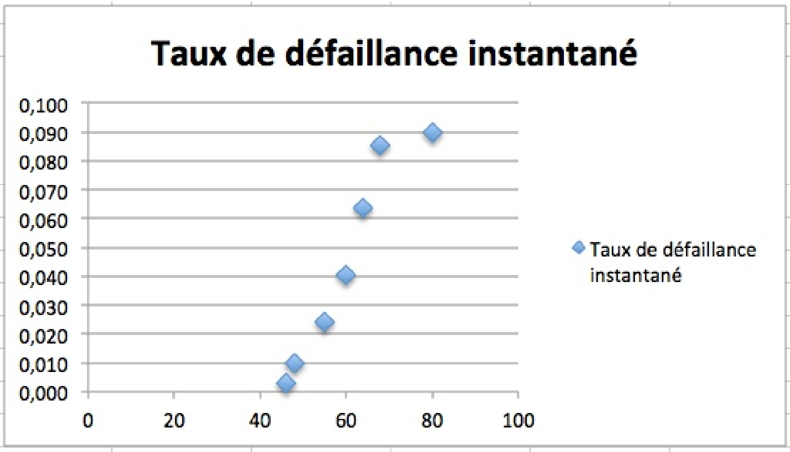


Taux de défaillance constante
Indique des défaillances susceptibles de survenir à probabilité égale à tout moment du cycle de vie d'un produit. Il peut être modélisée à l'aide d'une loi exponentielle.

exercice 4 -

Un distributeur automatique élabore du jus d'orange en mélangeant de l'eau et du concentré d'orange.
Une étude de fiabilité de ce type de distributeur a permis d'obtenir le tableau suivant où ti est le temps de bon fonctionnement exprimé en jours.
1) A l'aide d'un tableur, représenter le nuage de points de coordonnées (ti, λ(ti)).

ti (en jours)	Taux de défaillance instantané
46	0,003
48	0,010
55	0,024
60	0,041
64	0,064
68	0,086
80	0,090



2) Expliquer pourquoi cette distribution peut être ajustée par une loi de Weibull.

Le taux de défaillance augmente au fil du temps.
Cela indique que ces distributeurs sont plus susceptibles de tomber en panne au fil du temps.
Une loi de Weibull peut être utilisée pour modéliser ce type de défaillance liée à l'usure.